فرمول های انتگرال

فرمول های مختلف انتگرال را که در صورت لزوم می توان به آنها مراجعه نمود، بشرح زیرند. در هر فرمول می توان ثابت C که ثابت انتگرالگیری است را افزود، علاوه بر این m و n اعدادی طبیعی و a و b و r اعدادی حقیقی اند.

$$\int du = u \tag{۸۸}$$

$$\int udv = uv - \int vdu \tag{۸۹}$$

$$\int a\,dx = ax \tag{۹۰}$$

$$\int x^r\,dx = \frac{x^{r+۱}}{r+۱} \quad , \quad r \neq -۱ \tag{۹۱}$$

$$\int \frac{۱}{x}\,dx = \ln|x| \quad , \quad x \neq ۰ \tag{۹۲}$$

$$\int \frac{۱}{x-a}\,dx = \ln|x-a| \quad , \quad x \neq a \tag{۹۳}$$

$$\int e^{ax}\,dx = \frac{e^{ax}}{a} \quad , \quad x \neq a \tag{۹۴}$$

$$\int a^x\,dx = \frac{a^x}{\ln a} \quad , \quad a > ۰\ ,\ a \neq ۱ \tag{۹۵}$$

$$\int \frac{x}{\sqrt{a^۲ - x^۲}}\,dx = -\sqrt{a^۲ - x^۲} \tag{۹۶}$$

$$\int \frac{۱}{\sqrt{a^۲ - x^۲}}\,dx = \arcsin(\frac{x}{a}) \quad , \quad a > ۰ \tag{۹۷}$$

$$\int \frac{۱}{\sqrt{a^۲ + x^۲}}\,dx = \sinh^{-۱}(\frac{x}{a}) \quad , \quad a > ۰ \tag{۹۸}$$

$$\int \frac{۱}{\sqrt{x^۲ \pm a^۲}}\,dx = \ln|x + \sqrt{x^۲ \pm a^۲}| \tag{۹۹}$$

$$\int \frac{x}{\sqrt{x^۲ \pm a^۲}}\,dx = \sqrt{x^۲ \pm a^۲} \tag{۱۰۰}$$

$$\int \frac{۱}{a^۲ + x^۲}\,dx = \frac{۱}{a}\arctan(\frac{x}{a}) \quad , \quad a \neq ۰ \tag{۱۰۱}$$

$$\int \frac{۱}{a^۲ - x^۲}\,dx = \frac{۱}{۲a}\ln\left|\frac{a+x}{a-x}\right| \quad , \quad a \neq ۰ \tag{۱۰۲}$$

$$\int \frac{۱}{a^۲ - x^۲}\,dx = \frac{۱}{a}\tanh^{-۱}\frac{x}{a} \quad , \quad a \neq ۰ \tag{۱۰۳}$$

$$\int \frac{۱}{x^۲ - a^۲}\,dx = \frac{۱}{۲a}\ln\left|\frac{x-a}{x+a}\right| \quad , \quad a \neq ۰ \qquad (۱۰۴)$$

$$\int \frac{۱}{x^۲ - a^۲}\,dx = \frac{-۱}{a}\coth^{-۱}\frac{x}{a} \quad , \quad a \neq ۰ \qquad (۱۰۵)$$

$$\int \frac{۱}{(x+a)(x+b)}\,dx = \frac{۱}{b-a}\ln\left|\frac{x+b}{x+a}\right| \quad , \quad a \neq b \qquad (۱۰۶)$$

$$\int \frac{۱}{x(x+a)}\,dx = \frac{۱}{a}\ln\left|۱ + \frac{a}{x}\right| \quad , \quad a \neq ۰ \qquad (۱۰۷)$$

$$\int \sin ax\,dx = -\frac{۱}{a}\cos ax \quad , \quad a \neq ۰ \qquad (۱۰۸)$$

$$\int \cos ax\,dx = \frac{۱}{a}\sin ax \quad , \quad a \neq ۰ \qquad (۱۰۹)$$

$$\int \tan ax\,dx = -\frac{۱}{a}\ln|\cos ax| \qquad (۱۱۰)$$

$$\int \cot ax\,dx = \frac{۱}{a}\ln|\sin ax| \qquad (۱۱۱)$$

$$\int \sec x\,dx = \ln|\sec x + \tan x| \qquad (۱۱۲)$$

$$\int \sec x\,dx = \ln|\tan(\frac{x}{۲} + \frac{\pi}{۴})| \qquad (۱۱۳)$$

$$\int \csc x\,dx = \ln|\csc x - \cot x| \qquad (۱۱۴)$$

$$\int \csc x\,dx = \ln|\tan\frac{x}{۲}| \qquad (۱۱۵)$$

$$\int \sin^۲ ax\,dx = \frac{x}{۲} - \frac{۱}{۴a}\sin ۲ax \qquad (۱۱۶)$$

$$\int \cos^۲ ax\,dx = \frac{x}{۲} + \frac{۱}{۴a}\sin ۲ax \qquad (۱۱۷)$$

$$\int \sec^۲ x\,dx = \tan\ x \qquad (۱۱۸)$$

$$\int \csc^۲ x\,dx = -\cot\ x \qquad (۱۱۹)$$

$$\int \frac{۱}{\sin^۲ x}dx = -\cot\ x \qquad (۱۲۰)$$

$$\int \frac{۱}{\cos^۲ x}dx = \tan\ x \qquad (۱۲۱)$$

$$\int \sin^n x\,dx = -\frac{\sin^{n-۱} x\cos x}{n} + \frac{n-۱}{n}\int \sin^{n-۲} x\,dx \qquad (۱۲۲)$$

$$\int \cos^n x\,dx = \frac{\cos^{n-۱} x\sin x}{n} + \frac{n-۱}{n}\int \cos^{n-۲} x\,dx \qquad (۱۲۳)$$

$$\int \tan^n x\,dx = \frac{\tan^{n-1} x}{n-1} - \int \tan^{n-2} x\,dx \quad , \quad n \neq 1 \qquad (124)$$

$$\int \cot^n x\,dx = -\frac{\cot^{n-1} x}{n-1} - \int \cot^{n-2} x\,dx \quad , \quad n \neq 1 \qquad (125)$$

$$\int \sec^n x\,dx = \frac{\sec^{n-2} x \tan x}{n-1} + \frac{n-2}{n-1} \int \sec^{n-2} x\,dx \quad , \quad n \neq 1 \qquad (126)$$

$$\int \csc^n x\,dx = -\frac{\csc^{n-2} x \cot x}{n-1} + \frac{n-2}{n-1} \int \csc^{n-2} x\,dx, \quad n \neq 1 \qquad (127)$$

$$\int \arcsin \frac{x}{a}\,dx = x \arcsin \frac{x}{a} + \sqrt{a^2 - x^2} \quad , \quad a > 0 \qquad (128)$$

$$\int \arccos \frac{x}{a}\,dx = x \arccos \frac{x}{a} - \sqrt{a^2 - x^2} \quad , \quad a > 0 \qquad (129)$$

$$\int \arctan \frac{x}{a}\,dx = x \arctan \frac{x}{a} - a \ln \sqrt{x^2 + a^2} \quad , \quad a > 0 \qquad (130)$$

$$\int arccot \frac{x}{a}\,dx = x\ arccot \frac{x}{a} + a \ln \sqrt{x^2 + a^2} \qquad (131)$$

$$\int arcsec \frac{x}{a}\,dx = x\ arcsec \frac{x}{a} - a \ln \left| x + \sqrt{x^2 - a^2} \right| \qquad (132)$$

$$\int arccsc \frac{x}{a}\,dx = x\ arccsc \frac{x}{a} + a \ln \left| x + \sqrt{x^2 - a^2} \right| \qquad (133)$$

$$\int \sinh x\,dx = \cosh x \qquad (134)$$

$$\int \cosh x\,dx = \sinh x \qquad (135)$$

$$\int \tanh x\,dx = \ln |\cosh x| \qquad (136)$$

$$\int \coth x\,dx = \ln |\sinh x| \qquad (137)$$

$$\int sechx\,dx = \arctan(\sinh x) \qquad (138)$$

$$\int cschx\,dx = \ln \left| \tanh \frac{x}{2} \right| \qquad (139)$$

$$\int cschx\,dx = -\frac{1}{2} \ln \frac{\cosh x + 1}{\cosh x - 1} \qquad (140)$$

$$\int \sinh^2 x\,dx = \frac{1}{4} \sinh 2x - \frac{1}{2} x \qquad (141)$$

$$\int \cosh^2 x\,dx = \frac{1}{4} \sinh 2x + \frac{1}{2} x \qquad (142)$$

$$\int sech^2 x\,dx = \tanh x \qquad (143)$$

$$\int \sinh^{-1}\frac{x}{a}\,dx = x\sinh^{-1}\frac{x}{a} - \sqrt{x^2+a^2} \quad , a \geq 0 \qquad (۱۴۴)$$

$$\int \frac{1}{\sinh^2 x}dx = -\coth x \qquad (۱۴۵)$$

$$\int \frac{1}{\cosh^2 x}dx = \tanh x \qquad (۱۴۶)$$

$$\int \sin mx \sin nx dx = \frac{\sin(m-n)x}{2(m-n)} - \frac{\sin(m+n)x}{2(m+n)} \quad , m^2 \neq n^2 \qquad (۱۴۷)$$

$$\int \cos mx \cos nx dx = \frac{\sin(m-n)x}{2(m-n)} + \frac{\sin(m+n)x}{2(m+n)} \quad , m^2 \neq n^2 \qquad (۱۴۸)$$

$$\int \sin mx \cos nx dx = -\frac{\cos(m-n)x}{2(m-n)} - \frac{\cos(m+n)x}{2(m+n)} \quad , m^2 \neq n^2 \qquad (۱۴۹)$$

$$\int e^{ax}\sin bx\,dx = \frac{a\sin bx - b\cos bx}{a^2+b^2}e^{ax} \qquad (۱۵۰)$$

$$\int e^{ax}\cos bx\,dx = \frac{a\cos bx + b\sin bx}{a^2+b^2}e^{ax} \qquad (۱۵۱)$$

$$\int x^n \sin ax\,dx = -\frac{1}{a}x^n\cos x + \frac{n}{a}\int x^{n-1}\cos ax\,dx \qquad (۱۵۲)$$

$$\int x^n \cos ax\,dx = \frac{1}{a}x^n\sin x - \frac{n}{a}\int x^{n-1}\sin ax\,dx \qquad (۱۵۳)$$

$$\int x^n e^{ax}\,dx = \frac{1}{a}x^n e^{ax} - \frac{n}{a}\int x^{n-1}e^{ax}\,dx \qquad (۱۵۴)$$

$$\int \ln x\,dx = x\ln x - x \qquad (۱۵۵)$$

$$\int (\ln x)^n\,dx = x(\ln x)^n - n\int (\ln x)^{n-1}\,dx \quad , n \neq -1 \qquad (۱۵۶)$$

$$\int x^n \ln(ax)\,dx = \frac{1}{n+1}x^{n+1}[\ln(ax) - \frac{1}{n+1}] \quad , n \neq -1 \qquad (۱۵۷)$$

$$\int x^n(\ln ax)^m\,dx = \frac{x^{n+1}}{n+1}(\ln ax)^m - \frac{m}{n+1}\int x^n(\ln ax)^{m-1}dx \qquad (۱۵۸)$$

$$\int \frac{1}{a+b\sin x}\,dx = \frac{2}{\sqrt{a^2-b^2}}\arctan\frac{a\tan\frac{x}{2}+b}{\sqrt{a^2-b^2}} \quad , a^2 > b^2 \qquad (۱۵۹)$$

$$\int \frac{1}{a+b\cos x}\,dx = \frac{2}{\sqrt{a^2-b^2}}\arctan\frac{\sqrt{a^2-b^2}\tan\frac{x}{2}}{a+b},\ a^2 > b^2 \qquad (۱۶۰)$$

$$\int \sqrt{x^2+a^2}dx = \frac{x}{2}\sqrt{x^2+a^2} + \frac{a^2}{2}\ln(x+\sqrt{x^2+a^2}),\ a \neq 0 \qquad (۱۶۱)$$

$$\int \sqrt{x^2-a^2}dx = \frac{x}{2}\sqrt{x^2-a^2} - \frac{a^2}{2}\ln(x+\sqrt{x^2-a^2}),\ a \neq 0 \qquad (۱۶۲)$$